ALHIKMA	**Notions de logique : Série des exercices 1** **1Bac SM**	**Année scolaire : 2026-2027** **Prof : Abdelmalek Eddiry**

Exercice 1 :

Etudier la valeur de vérité et déterminer la négation des propositions suivantes :

$\boldsymbol{P1}$: $(4 - 1 = 3\ ou\ 6 \leq 0)$

$\boldsymbol{P2}$: $(8 > 5\ et \frac{1}{2} \in \mathbb{Z})$

$\boldsymbol{P3}$: $(1 < \sqrt{2} < 2)$

Exercice 2 :

Montrer que les propositions suivantes sont vraies puis déterminer leurs négations :

P1 : $(\exists\ x \in \mathbb{R})$: $3x + 6 = 0$;

P2 : $(\exists\ x \in \mathbb{R})$: $x^2 - 3x + 2 = 0$;

P3 : $(\forall\ x \in [1\ ;\ 6])$: $x^2 - 7x + 6 \leq 0$

P4 : $(\forall\ x \in \mathbb{R})$: $x^2 - 2x + 3 > 0$

Remarque : (Résonnement par contre-exemple)
Pour montrer que la proposition $(\forall x \in E)$; $p(x)$ est fausse, il suffit de montrer que sa négation

$(\exists\ x \in E)$; $\overline{p(x)}$ est vrai.

Exercice 3 :(Contre-exemple)

1)Montrer que les propositions sont fausses

$\boldsymbol{P1}$: « $(\forall x \in \mathbb{R}) : \sqrt{x^2} = x$ »

$\boldsymbol{P2}$: « $(\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 \geq x$ »

2)Donner la négation de la proposition $(\boldsymbol{R})$.

$(\boldsymbol{R})$: $(\forall x \in \mathbb{R})$: $[x^2 = 2x \Rightarrow x = 0]$

3)En déduire que la proposition $\boldsymbol{R}$ est fausse.

Exercice 4 : (Implication)

1- Soient $x \in \mathbb{R}$ ***et*** $y \in \mathbb{R}$;

Montrer que : $(x^2 + y^2 = 2xy) \Rightarrow (x = y)$

2- Soient $x \in \mathbb{R}$ ***et*** $y \in \mathbb{R}$; Montrer que :

$1 + xy - x - y = 0 \Rightarrow (y = 1\ ou\ x = 1)$

3- Montrer que : Si m et n sont des entiers naturels impairs alors $m + n$ est pair

4- Montrer que: $\forall\ x \in \mathbb{R}^{*+}$: $x + 1 \geq 2\sqrt{x}$

Exercice 5 : (Equivalence)

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

1) $f(x) = x^4 - 5x - 2$

2) $f(x) = \frac{x+4}{x^2-4}$; **3)** $f(x) = \sqrt{6 - 2x}$

4) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$; **5)** $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x}$

Exercice 6 : (Résonnement par équivalence)

1) Soit $x \in \mathbb{R}$; Montrer que $\frac{x^2+x+1}{x^2+1} \leq \frac{3}{2}$

2) Soient x ***et*** y deux réels positifs. Montrer que :
$\sqrt{x + y} = \sqrt{x} + \sqrt{y} \Leftrightarrow x = 0\ ou\ y = 0$

3) Soient a ***et*** b deux réels positifs Montrer que :

$$(a + b = 0) \Leftrightarrow (a = 0\ et\ b = 0)$$

4) x et y deux réels positifs. Montrer que :

$$(x + y + 13 = 4\sqrt{x} + 6\sqrt{y}) \Leftrightarrow (x = 4\ et\ y = 9)$$

Exercice 7 : (Contre-exemple)

f une fonction définit sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - 3x + 2$$

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$
2) Donner la négation de la proposition (P) $(\boldsymbol{P})$: $(\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2)$:" $f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$
3) Déduire que $(\boldsymbol{P})$ est fausse
4) Calculer $f(1)$ et $f(-1)$ puis en déduire que la fonction f ni paire ni impaire

Exercice 8 :

Soit $x \in \mathbb{R}$;

Considérons la proposition

(P) : $(x^2 = 4x) \Rightarrow (x = 0\ ou\ x = 4)$.

1) Montrer que la proposition $(\boldsymbol{P})$ est vraie

2) Déterminer l'implication contraposée de P